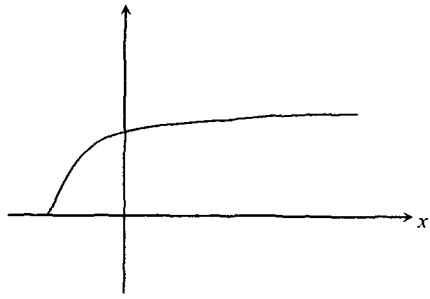


**Solution 4 :**

**A)** 1°/ $\varphi$ *est définie, continue et dérivable sur* $\mathbf{R}_+^*$ et $\forall x \in \mathbf{R}_+^*$,

$\varphi'(x) = -2x - \dfrac{1}{x} < 0$ d'où :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi'(x)$ | ‖ | | $-$ | | |
| $\varphi(x)$ | ‖ $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↘ | $-\infty$ |

2°/ $\varphi(1) = 0$ donc, d'après le tableau des variations de $\varphi$, on a le tableau de signe suivant :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |

**B)** 1°/ $f$ est définie, continue et dérivable sur $\mathbf{R}_+^*$ :

$$\forall x > 0,\ f'(x) = \frac{1 - x^2 - \ln x}{x^2} = \frac{\varphi(x)}{x^2}$$

Le signe de $f'$ est celui de $\varphi(x)$ d'où

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | ‖ $-\infty$ | ↗ | $-1$ | ↘ | $-\infty$ |